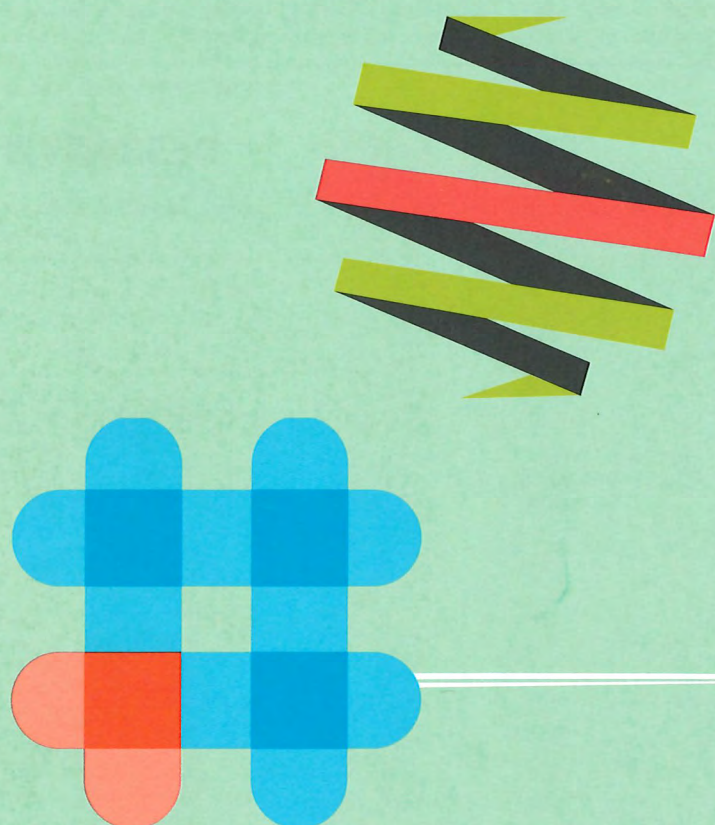




MALMBERG

meten en meetkunde

595666



VERDRAID

A

werkboek groep 6 | 7 | 8

REKEN XL

NAAM:

NAAM:

REKEN XL

werkboek groep 6 | 7 | 8

A

FIBONACCI



getallen en bewerkingen

MALMBERG

Realisatie

Projectgroep Malmberg b.v.  
PPMP Prepress

Ontwerp

Studio Struis

Illustraties

Studio Struis

Foto's

Shutterstock



ISBN 978 94 020 6771 2  
RekenXL  
Eerste druk, tweede oplage

MALMBERG

© Malmberg, 's-Hertogenbosch  
Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 20 juni 1974, St.b. 351, zoals gewijzigd bij het Besluit van 23 augustus 1985, St.b. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3051, 2130 KB Hoofddorp). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden. De uitgever heeft getracht alle rechthebbenden te achterhalen. Indien u meent als rechthebbende in aanmerking te komen, kunt u zich tot de uitgever wenden.

Realisatie  
Projectgroep Malmberg b.v.  
PPMP Prepress

Ontwerp  
Studio Struis

Illustraties  
Studio Struis

Foto's  
Shutterstock



ISBN 978 94 020 6771 2  
RekenXL  
Eerste druk, tweede oplage

MALMBERG

© Malmberg, 's-Hertogenbosch  
Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 20 juni 1974, St.b. 351, zoals gewijzigd bij het Besluit van 23 augustus 1985, St.b. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3051, 2130 KB Hoofddorp). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden. De uitgever heeft getracht alle rechthebbenden te achterhalen. Indien u meent als rechthebbende in aanmerking te komen, kunt u zich tot de uitgever wenden.

# REKEN XL

werkboek groep 6|7|8

FIBONACCI

Van de makers van  & **PLUS PUNT**

**CONCEPTAUTEURS**  
Greetje van Dijk  
Anneke van Gool

**EINDREDACTIE**  
Maurice Breugelmans  
Anne Wichgers

**AUTEURS**  
Greetje van Dijk  
Anneke van Gool  
Corinne Harten  
Fokke Munk  
Fred Steetsel  
Gerrit van Wolfswinkel

Malmberg 's-Hertogenbosch

Malmberg 's-Hertogenbosch

**CONCEPTAUTEURS**  
Greetje van Dijk  
Anneke van Gool

**EINDREDACTIE**  
Maurice Breugelmans  
Anne Wichgers

**AUTEURS**

Greetje van Dijk  
Anneke van Gool  
Corinne Harten  
Fokke Munk  
Fred Steetsel  
Gerrit van Wolfswinkel

Van de makers van  & **PLUS PUNT**

VERDRAAD

werkboek groep 6|7|8

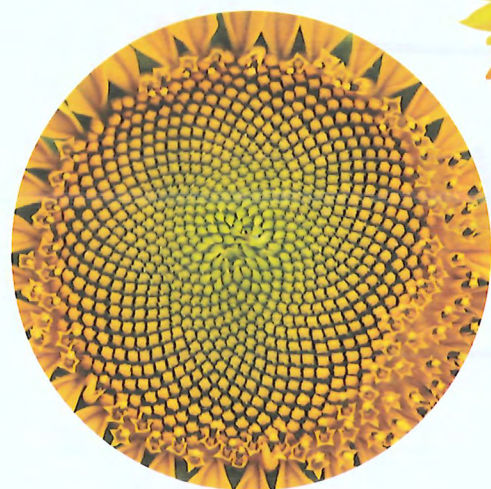
# REKEN XL

# FIBONACCI

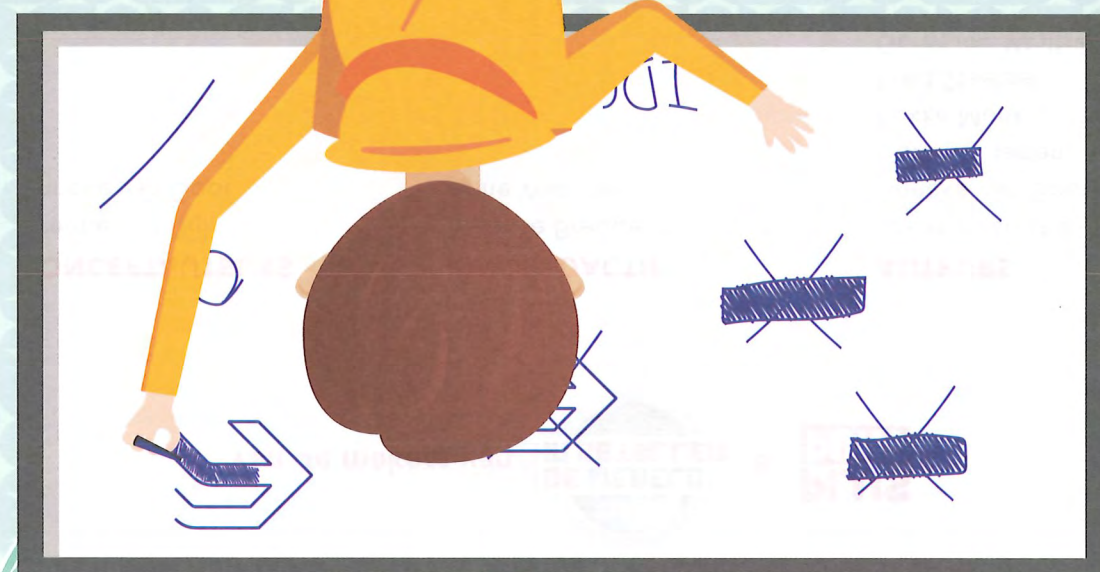
VEEL BLOEMEN EN PLANTEN GROEIEN VOLGENS EEN BIJZONDER PATROON. IN DEZE BROCCOLI-ACHTIGE GROENTE BIJVOORBEELD, ZIE JE ALLEMAAL SPIRALEN.



HET AANTAL SPIRALEN BLIJKT ALTIJD EEN GETAL TE ZIJN UIT DE RIJ VAN FIBONACCI: EEN WISKUNDIGE REEKS GETALLEN. OOK BIJ ANANASSEN EN BIJ DE VERDELING VAN ZAADJES IN EEN ZONNEBLOEM VIND JE DEZE GETALLENRIJ TERUG. ZELFS BIJ SPIRAALVORMEN ALS SLAKKENHUIZEN EN DE OPGEROLDE SLURF VAN EEN OLIFANT SPEELT DE RIJ VAN FIBONACCI EEN ROL.



IN DIT PROJECT GA JE OP ZOEK NAAR EIGENSCHAPPEN VAN DIE BIJZONDERE RIJ VAN FIBONACCI.



HOE BEDENKEN ONTWERPERS EEN LOGO?  
WELKE WISKUNDE ZIT ERACHTER?  
HET NS-LOGO LIJKT HEEL EENVOUDIG,  
MAAR HET VIT JE HOOFD NATEKENEN  
IS NOG NIET ZO MAKKELIJK.

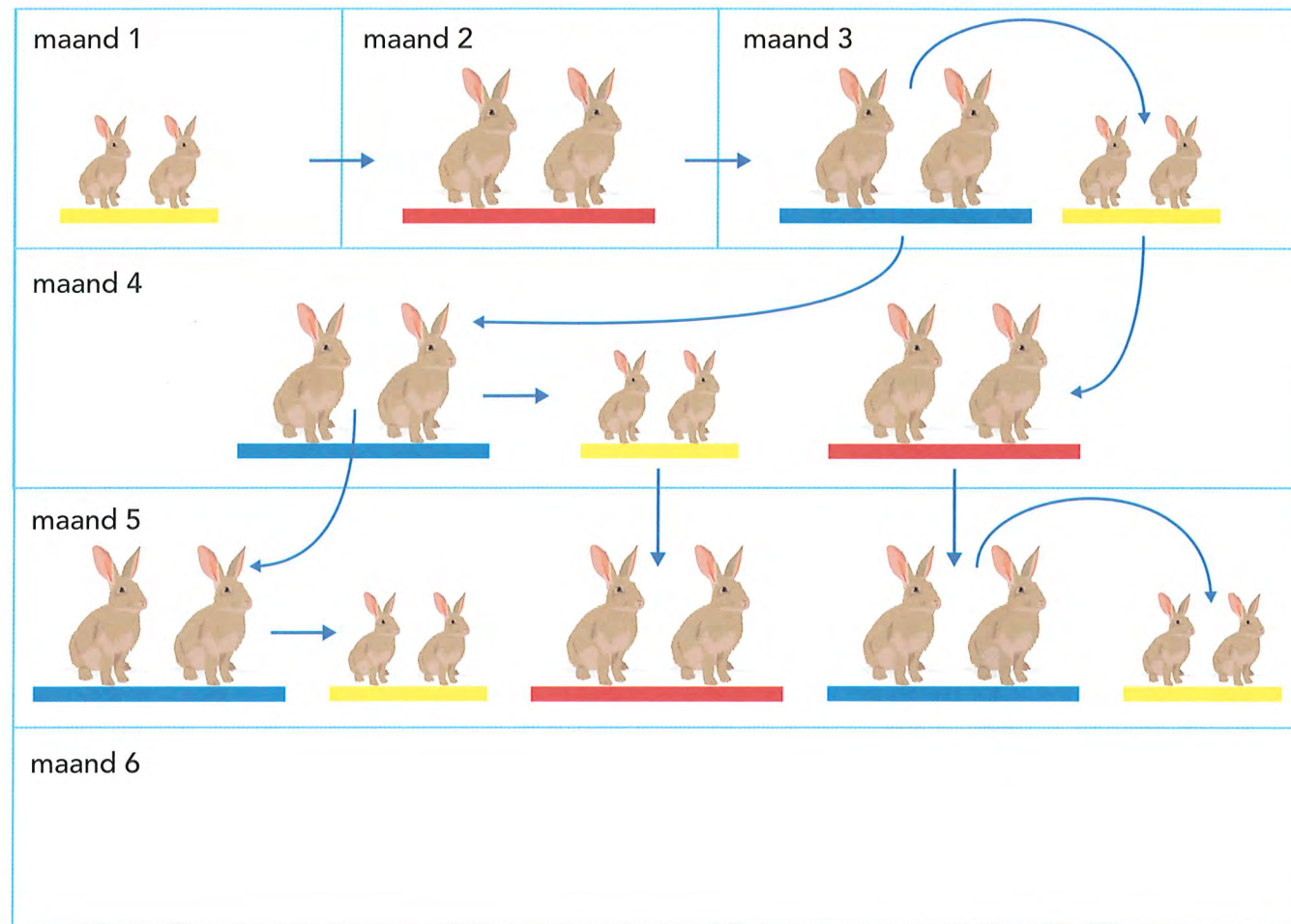
DIT ZIJN LOGO'S VAN SPOORWEGBEDRIJVEN.  
BIJ SPOORWEGEN KUN JE DENKEN AAN RAILS,  
RICHTING EN WISSELS.  
ZIE JE DAT IN DE LOGO'S TERUG?



VERDRAID

# 1 Bekijk de groei van een konijnenfamilie.

Om het 'echte' leven te kunnen voorspellen, kun je gebruikmaken van een wiskundig model. Kijk eens naar de groei van deze konijnenfamilie.



a Beschrijf de groei in je eigen woorden.

b Laat zien hoeveel konijnenparen er in maand 6 zijn. Teken gekleurde streepjes in het onderste vak.

## DIT LEER JE

Je leert over de rij van Fibonacci. Je leert hoe deze getallenrij ontstaat uit het beschrijven van de natuur. Je leert het gouden getal kennen en ontdekt wat de gulden snede is.

### Dit zijn de stappen:

- Onderzoek de rij van Fibonacci.
- Vind verbanden tussen de getallen in de rij.
- Beschrijf de verbanden in wiskundetaal.
- Pas in nieuwe situaties toe wat je hebt geleerd.

## DIT MAAK JE

Je maakt een onderzoeksverslag over de rij van Fibonacci in de natuur.

## PLANNING

- week 1: opdracht 1-5
- week 2: opdracht 6-11
- week 3: **XL-opdracht 12-15**
- week 4: eindopdracht en evaluatie

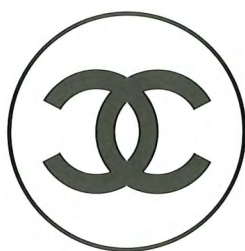
## ZO ZIT HET

Door een logo herkennen mensen een merk beter. Bedrijven maken daar veel gebruik van. Denk maar aan logo's van automerken. Maar logo's staan ook op schoenen en kleding, op voetbalclubs, banken en supermarkten hebben een eigen logo. Ze zijn dus overal om je heen te zien.

1 Onderzoek logo's. Zoek 2 logo's en teken ze na.

b Puma is een merk sportschoenen. Het logo is een poema: het beeld verwijst naar de naam. Noem 2 andere merken waarvan het logo verwijst naar de naam.

c Coco Chanel was een ontwerpster van mode en parfum. In het logo van haar merk zijn de initialen CC verwerkt. Noem 2 andere logo's waarin initialen zijn verwerkt.



## DIT LEER JE

Je leert vormen herkennen van een logo te herkennen en te onderscheiden. Je leert logo's met draaisymmetrie te tekenen.

### Dit zijn de stappen:

- Sorteër afbeeldingen.
- Herken en beschrijf kenmerken van de vormen.
- Onderzoek de draaifiguren.
- Deel de draaibewegingen in.

## DIT MAAK JE

Je ontwerpt een logo en doet verslag van het maakproces.

## PLANNING

- week 1: opdracht 1-7
- week 2: opdracht 8-12
- week 3: **XL-opdracht 13-15**
- week 4: eindopdracht en evaluatie

Vul de groei van de konijnenfamilie in de tabel in.

De eerste stap bij een wiskundig probleem bestaat meestal uit orde scheppen en informatie organiseren.

Bekijk de tabel.

De konijnenfamilie wordt weergegeven met gekleurde bolletjes.

● jong konijnenpaar ● volwassen konijnenpaar ● ouderpaar

maand 1: Er zijn 2 jonge konijnen. Dat is 1 jong konijnenpaar: ●

maand 2: Het konijnenpaar wordt volwassen: ●

maand 3: Het konijnenpaar krijgt 2 jonkies.

Er is nu 1 ouderpaar met 1 jong konijnenpaar: ● ●

maand 4: Het ouderpaar krijgt weer 1 nieuw jong konijnenpaar.

Het jonge konijnenpaar dat er al was, wordt volwassen: ● ● ●

maand 5: ● ● ● ● ●

| tijd     | konijnen  | aantal paren |
|----------|-----------|--------------|
| maand 1  | ●         | 1            |
| maand 2  | ●         | 1            |
| maand 3  | ● ●       | 2            |
| maand 4  | ● ● ●     | 3            |
| maand 5  | ● ● ● ● ● |              |
| maand 6  |           |              |
| maand 7  |           |              |
| maand 8  |           |              |
| maand 9  |           |              |
| maand 10 |           |              |
| maand 11 |           |              |
| maand 12 |           |              |

- a Teken de gekleurde bolletjes bij maand 6 en 7.
- b Vul voor maand 5 tot en met 12 het aantal konijnenparen in.
- c Bedenk wat de volgende 5 getallen zijn van de rij van het aantal konijnenparen.

89 – 144 – – – –



2 Zoek de symmetrie.

Omcirkel de logo's met symmetrie door spiegelen.  
Zet een kruisje bij de logo's met symmetrie door draaien.  
Let niet op de letters in de logo's.

Deze logo's kun je ronddraaien. Het logo links bestaat uit 3 keer dezelfde vorm. Het logo rechts bestaat uit 6 keer dezelfde vorm. De vormen zijn dan gedraaid.

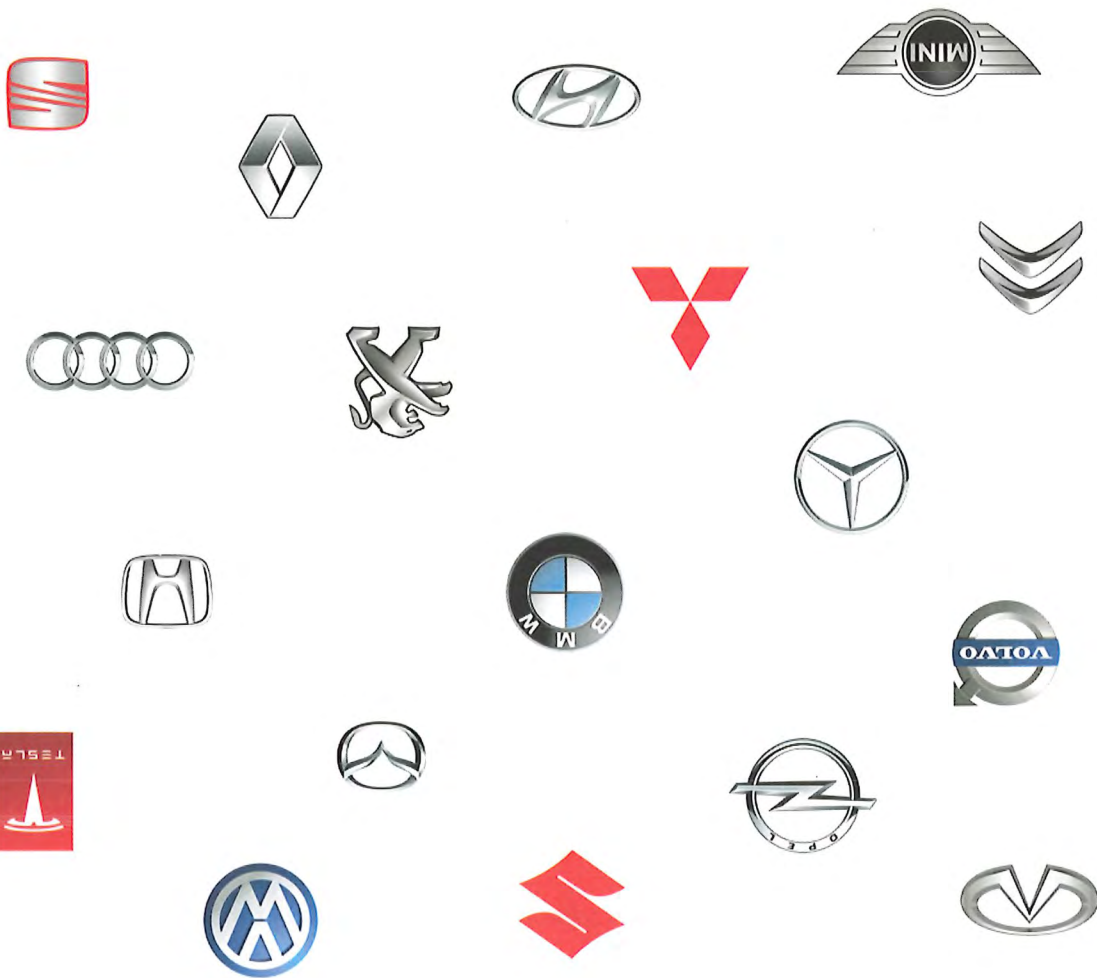


Als je dit logo verticaal doormiddelen knipt, krijg je 2 keer dezelfde vorm. De vormen zijn dan gespiegeld.



Veel logo's hebben een vorm waarin herhaling optreedt. Ze zijn symmetrisch. Symmetrie gaat over het gebruik van gelijke vormen.

ZO ZIT HET



## ZO ZIT HET

Als je een appel schilt, krult de schil soms als een **spiraal**.

Zo'n opgekrulde lijn komt veel voor in de natuur.

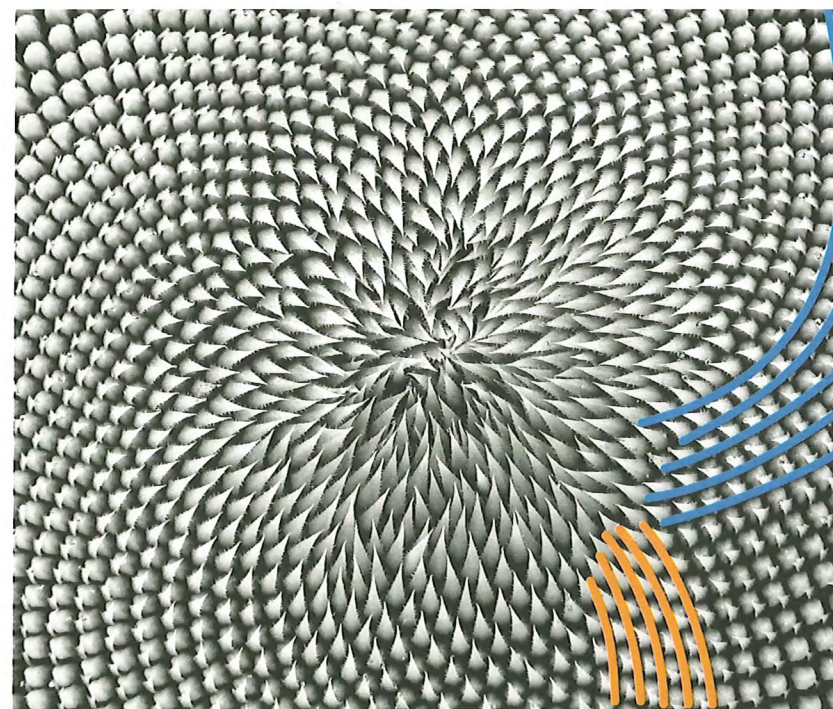
De spiraal kan 2 kanten op krullen. Begin in het midden.

- Rechtsom: zoals de appelschil, in de richting zoals de wijzers van de klok draaien.
- Linksom: tegen de wijzers van de klok in, zoals de blauwe lijnen in de zonnebloem.



## 3 Tel de spiralen van de zonnebloem.

Een zonnebloem heeft spiralen die linksom draaien en spiralen die rechtsom draaien.



## TIP

Als je spiralen handig wilt tellen, begin je aan de buitenkant en teken je daar streepjes. Gebruik voor linksom een andere kleur dan voor rechtsom.

a Er draaien 89 spiralen rechtsom (tel maar na). Hoeveel spiralen draaien er linksom? \_\_\_\_\_

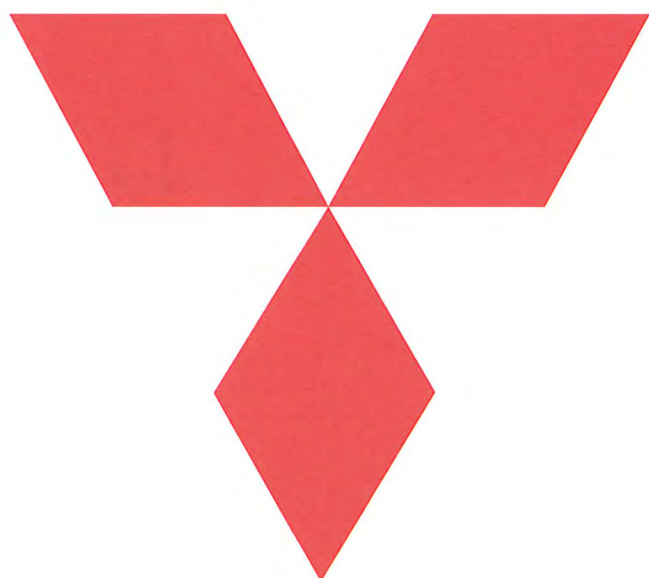
b Wat valt je op aan deze getallen? \_\_\_\_\_

## 3 Onderzoek de draailogo's.

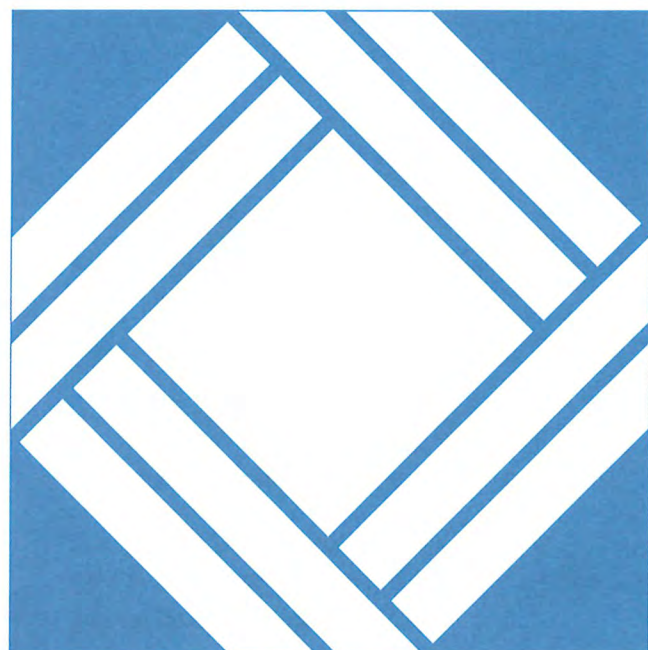
a Beschrijf het eerste logo.



keer



keer



keer

b Zet een stip in het midden van de logo's.  
Trek de logo's over op doorzichtig papier.  
Leg de tekening steeds precies op het origineel. Prik een punaise in de stip.  
Draai de tekening 1 keer helemaal rond.  
Hoe vaak valt de tekening precies samen met het origineel?

### ZO ZIT HET

De Italiaanse wiskundige Leonardo Pisano is bekend geworden door zijn onderzoek naar de groei van een konijnenvolk. Hij leefde van 1170 tot 1250 en is beter bekend als Fibonacci.

Uit zijn onderzoek kwam een bijzondere getallenrij naar voren.

Dit is de rij van Fibonacci:

0 – 1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55 – 89 – 144 – 233 – 377 – 610 – 987 – 1597 – enzovoort.

De getallen uit de rij van Fibonacci komen voor op veel plekken in de natuur. Je zag dit al bij de spiralen in het hart van een zonnebloem.



#### 4 Tel de spiralen van de dennenappel.

Ook in dennenappels kun je spiralen ontdekken. Het best zie je dat vanaf het steeltje.

a Teken de spiralen rechtsom.

Er zijn \_\_\_\_\_ spiralen.

b Teken de spiralen linksom.

Er zijn \_\_\_\_\_ spiralen.



c Zoek op of dit getallen zijn in de rij van Fibonacci. Wat valt je op?

#### 5 Vind de regel van Fibonacci.

Kijk naar het patroon van de getallen in de rij van Fibonacci.

a Neem de opeenvolgende getallen uit de rij 21, 34 en 55.

Welke kloppende optelsom kun je hiermee maken? \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

b Controleer voor 2 andere drietallen in de rij van Fibonacci of je eenzelfde som kunt maken.

c Welke getallen heb je nodig om het honderdste getal in de rij van Fibonacci te berekenen?

### BLIK TERUG

Kijk opdracht 1 tot en met 5 na.

Wat is de regel van Fibonacci? Ga zelf eens op zoek naar een dennenappel en tel de spiralen. Begrijp je iets niet? Denk nog eens goed na en probeer de opdracht nog een keer.



### ZO ZIT HET

Een ander woord voor draaien is roteren. Een draai heet een **rotatie**. Denk maar eens na over het woord ronddraai!

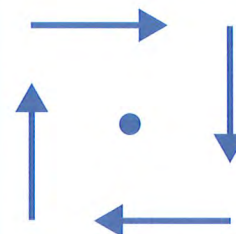
Als een figuur na rotatie (een hele draai of een stukje ervan) er weer precies hetzelfde uitziet, noem je dat **draaisymmetrie**.

Het punt waar je om draait, is het **draaipunt**.

Hoe vaak een figuur bij een rotatie op zichzelf past, bepaalt de **orde** van de rotatie.



draaisymmetrie  
van orde 3

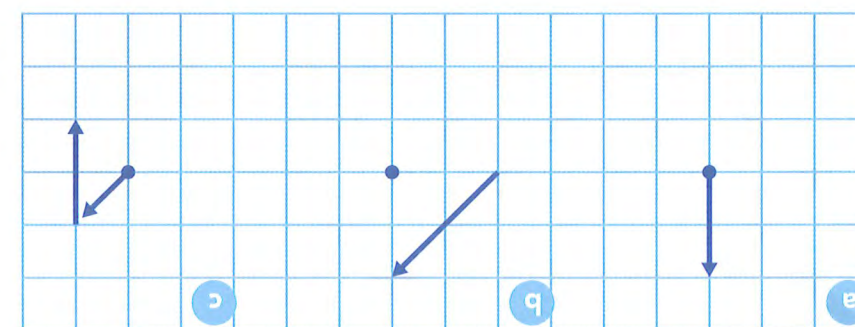


draaisymmetrie  
van orde 4

#### 5

Teken logo's met draaisymmetrie.

- a Teken draaisymmetrie van orde 2.
- b Teken draaisymmetrie van orde 2.
- c Teken draaisymmetrie van orde 4.



- a Teken draaisymmetrie van orde 4.
- b Teken draaisymmetrie van orde 2.
- c Teken draaisymmetrie van orde 4.

Een rotatie kun je op ruitjespapier tekenen. De stip is het draaipunt.

#### 4

Teken draaisymmetrie.

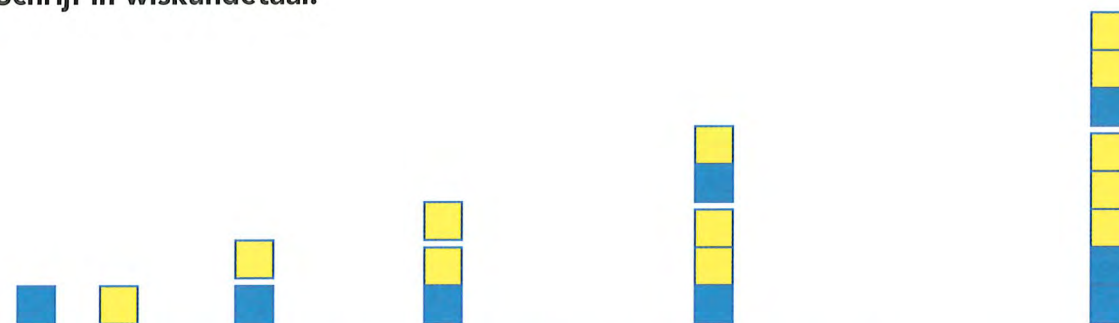
ZO ZIT HET

**Wiskundetaal** werkt met afkortingen en tekens. Die taal moet je leren lezen en begrijpen. Je kent al wiskundetaal. Bijvoorbeeld: *erbij* schrijf je als +, en *keer* schrijf je als  $\times$ .

In wiskundetaal kun je *het eerste getal in de rij van Fibonacci* zo schrijven:  $f_1$ . Het tweede fibonacci-getal schrijf je zo:  $f_2$ .

Het derde fibonacci-getal is het eerste fibonacci-getal plus het tweede fibonacci-getal. Dat kan veel korter:  $f_3 = f_1 + f_2$

6 Schrijf in wiskundetaal.



|       |       |                   |                   |                       |                         |
|-------|-------|-------------------|-------------------|-----------------------|-------------------------|
| $f_1$ | $f_2$ | $f_3$             | $f_4$             | $f_5$                 |                         |
| $f_1$ | $f_2$ | $f_3 = f_1 + f_2$ | $f_4 = f_2 + f_3$ | $f_5 = \quad + \quad$ | $\quad = \quad + \quad$ |

- a Vul de tabel aan.
- b Giovanni maakt ook een rij met de regel van Fibonacci. Maar hij gebruikt andere startgetallen. Hij zegt:  $g_1 = 5$  en  $g_2 = 6$ . Maak Giovanni's rij verder af.
- 5 – 6 –
- c Schrijf in wiskundetaal:  $g_6 = \quad + \quad$

7 Controleer de deelbaarheid van 11.

De rij van Fibonacci heeft een vreemde eigenschap. Als je 10 opeenvolgende getallen bij elkaar optelt, is de uitkomst deelbaar door 11. Het maakt niet uit waar je begint.

- a Laat zien dat de som van de eerste 10 getallen van de fibonacci-rij deelbaar is door 11.

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad : 11 = \quad$$

- b Controleer ook of de som van de eerste 10 getallen uit de rij van Giovanni uit opdracht 6b deelbaar is door 11.

$$5 + 6 + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

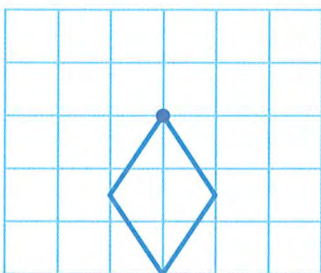
$$\quad : 11 = \quad$$

6

Teken draaisymmetrie van orde 3.

- a Draai de ruit om het draaipunt en maak draaisymmetrie van orde 3.

- b Hoe kun je zo'n symmetrische figuur heel precies tekenen?



- a Welke letters zijn draaisymmetrisch?

Zet hiernaast een stip als het draaipunt op

die letters.

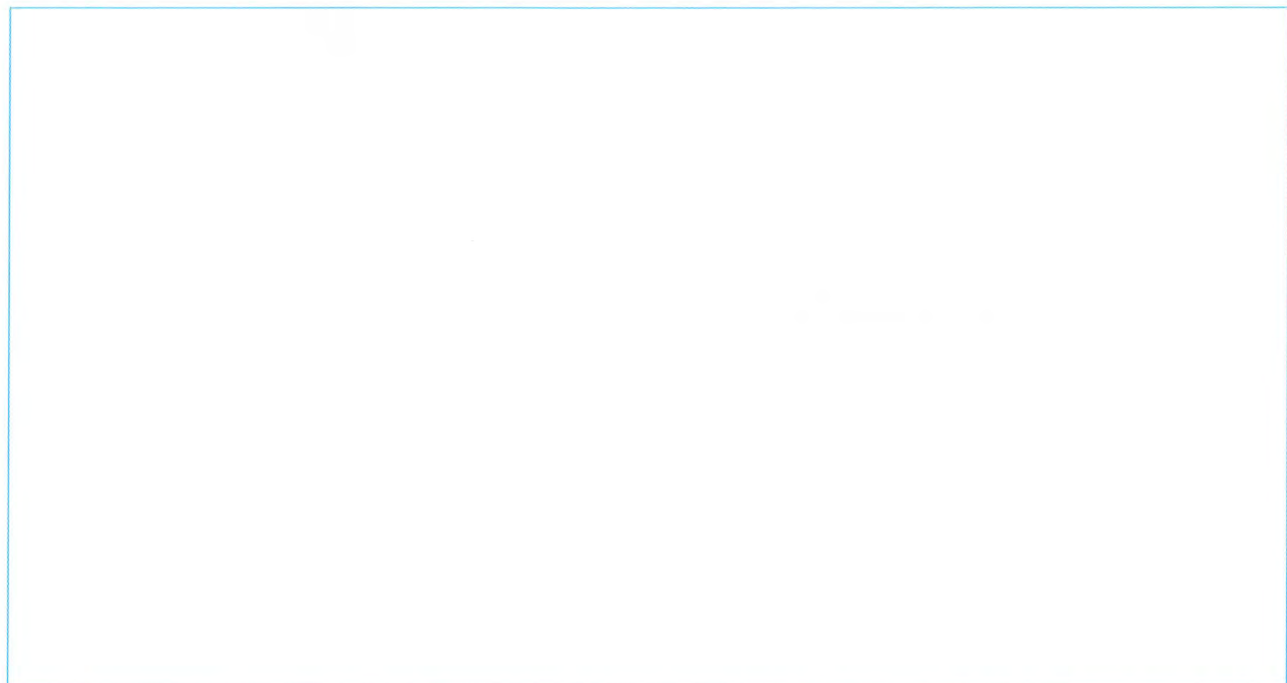
- b Welke letters hebben draaisymmetrie van orde 2?

A B C D E F G H I  
J K L M N O P Q  
R S T U V W X Y Z

- c Welke letter kun je tekenen met draaisymmetrie van orde 4?

- d Welke orde van draaisymmetrie heeft de letter O?

- e Bedenk en teken 2 draaisymmetrische logo's met letters.



BLIK TERUG

Kijk opdracht 1 tot en met 7 na.

Wat was gemakkelijker om te tekenen:

opdracht 5 of 6? Hoe komt dat? Herken je al

logo's met draaisymmetrie?





8

**Maak een nieuwe reeks uit de rij van Fibonacci.**

Neem steeds 2 buurgetallen uit de fibonacci-rij en deel die door elkaar.



Het nieuwe getal noem je  $d_1$ ,  $d_2$ , enzovoort.

**a** Vul de tabel verder in. Gebruik een rekenmachine en rond af op 2 cijfers achter de komma.

nieuwe reeks ↓

| deelgetal | deelsom | uitkomst | in wiskundetaal            |
|-----------|---------|----------|----------------------------|
| $d_1$     | 1 : 1   | 1        | $d_1 = f_2 : f_1$          |
| $d_2$     | 2 : 1   | 2        | $d_2 = f_3 : f_2$          |
| $d_3$     | 3 : 2   |          | $d_3 = f_4 : f_3$          |
| $d_4$     | 5 : 3   |          | $d_4 = f_5 : f_4$          |
| $d_5$     |         |          | $d_5 = f_6 : f_5$          |
| $d_6$     |         |          | $d_6 = f_7 : f_6$          |
| $d_7$     |         |          | $d_7 = f_8 : f_7$          |
| $d_8$     |         |          | $d_8 = f_9 : f_8$          |
| $d_9$     |         |          | $d_9 = f_{10} : f_9$       |
| $d_{10}$  |         |          | $d_{10} = f_{11} : f_{10}$ |

**b** Wat valt je op in de nieuwe reeks?

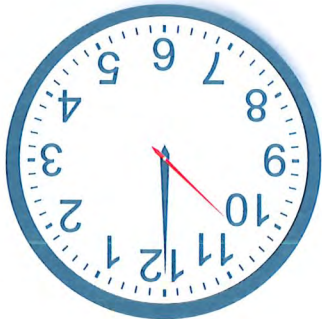
**c** Maak ook een nieuwe reeks uit de rij van Giovanni.

Wat valt je op in deze reeks?

**d** Wat is je conclusie na deze opdrachten?

nieuwe reeks ↓

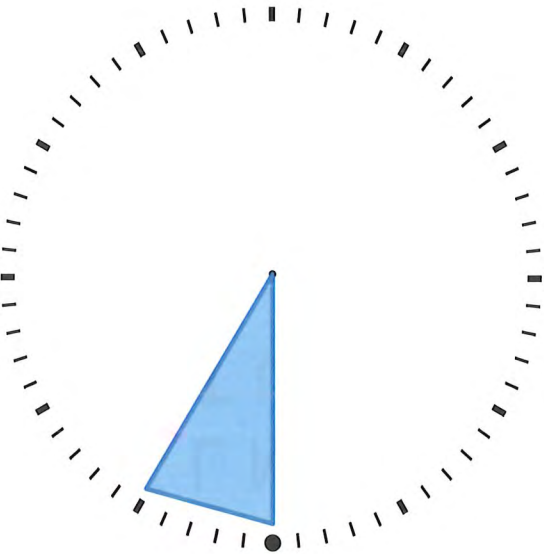
| deelgetal | deelsom | uitkomst |
|-----------|---------|----------|
| $d_1$     | 6 : 5   |          |
| $d_2$     |         |          |
| $d_3$     |         |          |
| $d_4$     |         |          |
| $d_5$     |         |          |
| $d_6$     |         |          |
| $d_7$     |         |          |
| $d_8$     |         |          |
| $d_9$     |         |          |



**Gebruik de klok als verdeler bij rotatie.**  
De wijzers van de klok roteren ook. Op de wijzerplaat kun je de tijd per minuut aflezen. Die indeling gebruik je voor het tekenen van rotatie.  
De indeling in 60 streepjes kun je gelijk verdelen, bijvoorbeeld  $2 \times 30$  minuten of  $30 \times 2$  minuten, enzovoort.

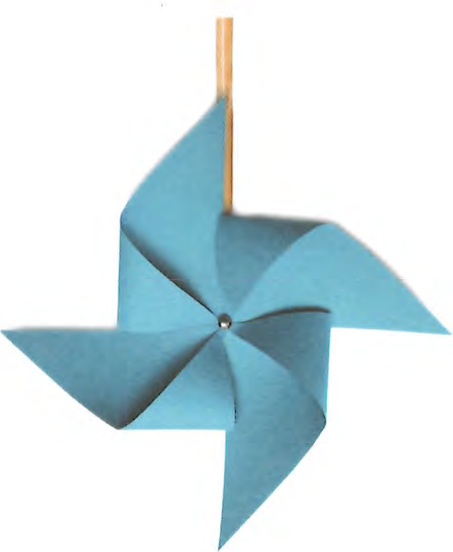
**a** Door welke getallen kun je 60 delen?

**b** Teken rotatiesymmetrie van orde 5. Het draaipunt is het midden van de klok.



**c** Leg uit hoe je te werk bent gegaan.

**DE TAAL VAN DE KLOK**  
Bij ruimtelijk kijken gebruik je ook vaak de taal van de klok. Als je links voor je een boot ziet, kun je vragen: zie je die boot op 10 uur? In de looprichting of op zee is 12 uur altijd recht vooruit. 10 uur is dan linksboven.





### ZO ZIT HET

Het getal 1,62 is de afronding van een heel bijzonder getal. Het wordt ook wel het **gouden getal** genoemd. Je schrijft het in wiskundetaal met een symbool:  $\Phi$ . Dat is de letter phi uit het Griekse alfabet. Je spreekt het uit als: fie.

$\Phi = 1,618\ 033\ 988\ 7 \dots$  en daarachter komen nog oneindig veel cijfers. Je kunt zeggen:  $\Phi \approx 1,62$ . Dat betekent:  $\Phi$  is ongeveer gelijk aan 1,62.

9

### Teken een rechthoek volgens Fibonacci.

Het gouden getal  $\Phi \approx 1,62$  kun je ook laten zien als een **verhouding**.



a Meet de lijnstukken heel precies. De totale lengte is \_\_\_\_\_ mm.

Het groene deel is \_\_\_\_\_ mm, dus het oranje deel is \_\_\_\_\_ mm.

b Reken uit met een rekenmachine.

de totale lengte van de lijn : groen = \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

groene lijn : oranje lijn = \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

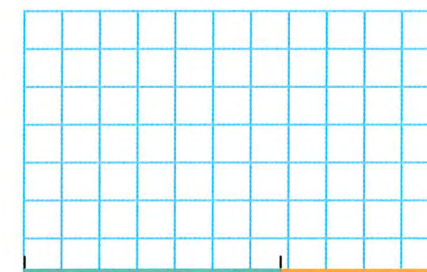
Dit noem je de verhouding tussen de groene en de oranje lijn.

c Teken een gulden snede-rechthoek.

Dat doe je door de hoogte even lang te tekenen als het groene deel.

d Reken uit dat de verhouding tussen de lengte en de breedte van de rechthoek ongeveer phi is.

\_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_  $\approx$  \_\_\_\_\_



### ZO ZIT HET

De verhouding 1,62 van de lengte en de breedte van een rechthoek noemen we de **gouden snede**. Kunstenaars en architecten maken hier vaak gebruik van. Daarom zie je deze verhouding vaak terug in het dagelijks leven, bijvoorbeeld bij een bankpas.



### ZO ZIT HET

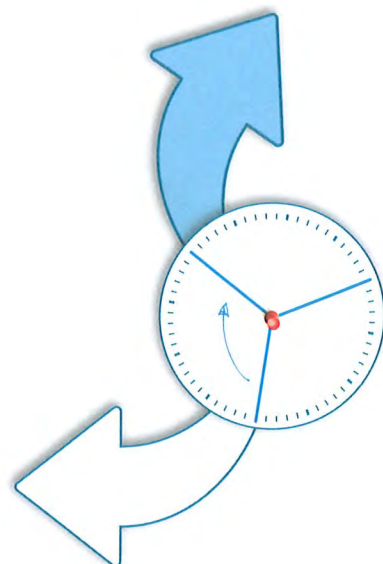
Je maakt: een rotatiesymmetrisch ontwerp. Je hebt nodig: een klok, een vorm en een stappenplan. Dit is het stappenplan voor een pijl in een rotatiesymmetrisch ontwerp van orde 3.

### STAP 1



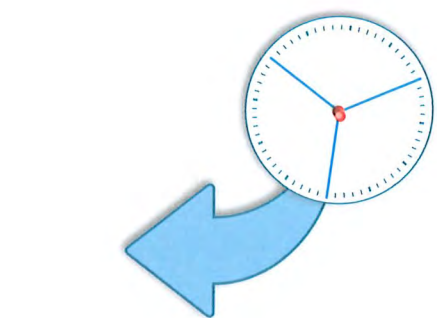
- Trek de klok en de pijl over en knip ze uit.
- Bepaal de rotatieverdeling op de klok. Bij orde 3 heb je een verdeling van  $60 : 3 = 20$  minuten. Teken de 3 rotatielijnen op de klok.

### STAP 3



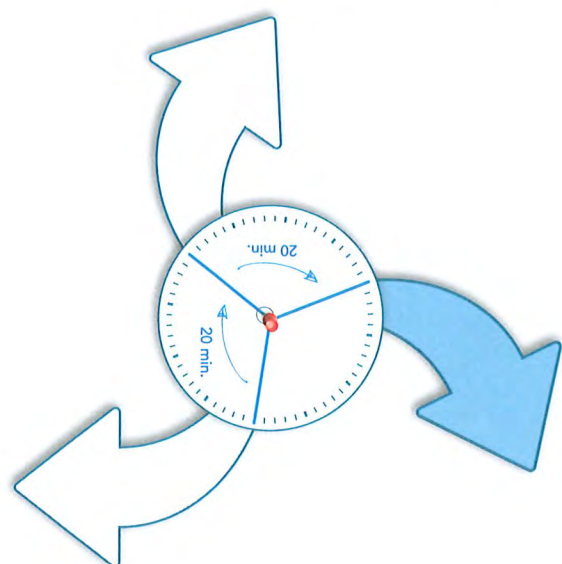
- Gebruik de rotatielijnen op 20 minuten om de pijl te verplaatsen. Teken de tweede pijl.

### STAP 2



- Leg de pijl op een tekenblad.
- Leg het draaipunt van de klok op het begin van de pijl. Zet de klok vast met een punaise.
- Zorg dat een rotatielijnen van de klok in het verlengde ligt van een lijn van de pijl.
- Trek de pijl over op het tekenblad.

### STAP 4



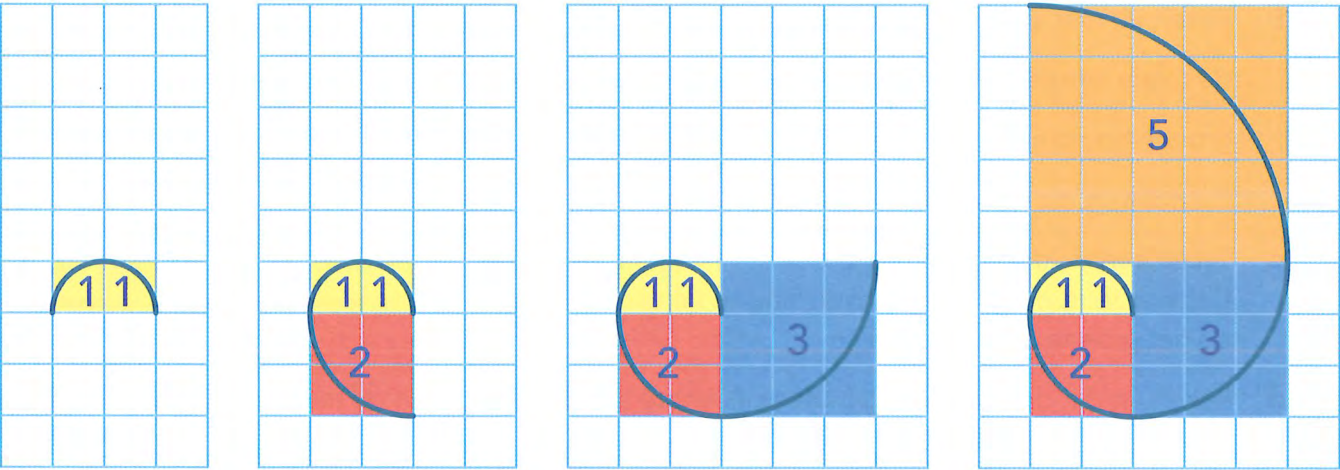
- Verplaats de pijl weer 20 minuten. Trek ook deze pijl over.
- Haal de klok weg en bekijk je rotatiesymmetrische tekening van orde 3.

10 Onderzoek de fibonacci-schelp.

De getallen van Fibonacci kom je tegen als spiralen in bijvoorbeeld dennenappels of zonnebloemen. Ook in de schelpenwereld zie je spiraalgroei. Komt Fibonacci daar ook om de hoek kijken?



a Bekijk de stappen van de groei van de spiraal. Beschrijf wat je ziet.



.....

.....

.....

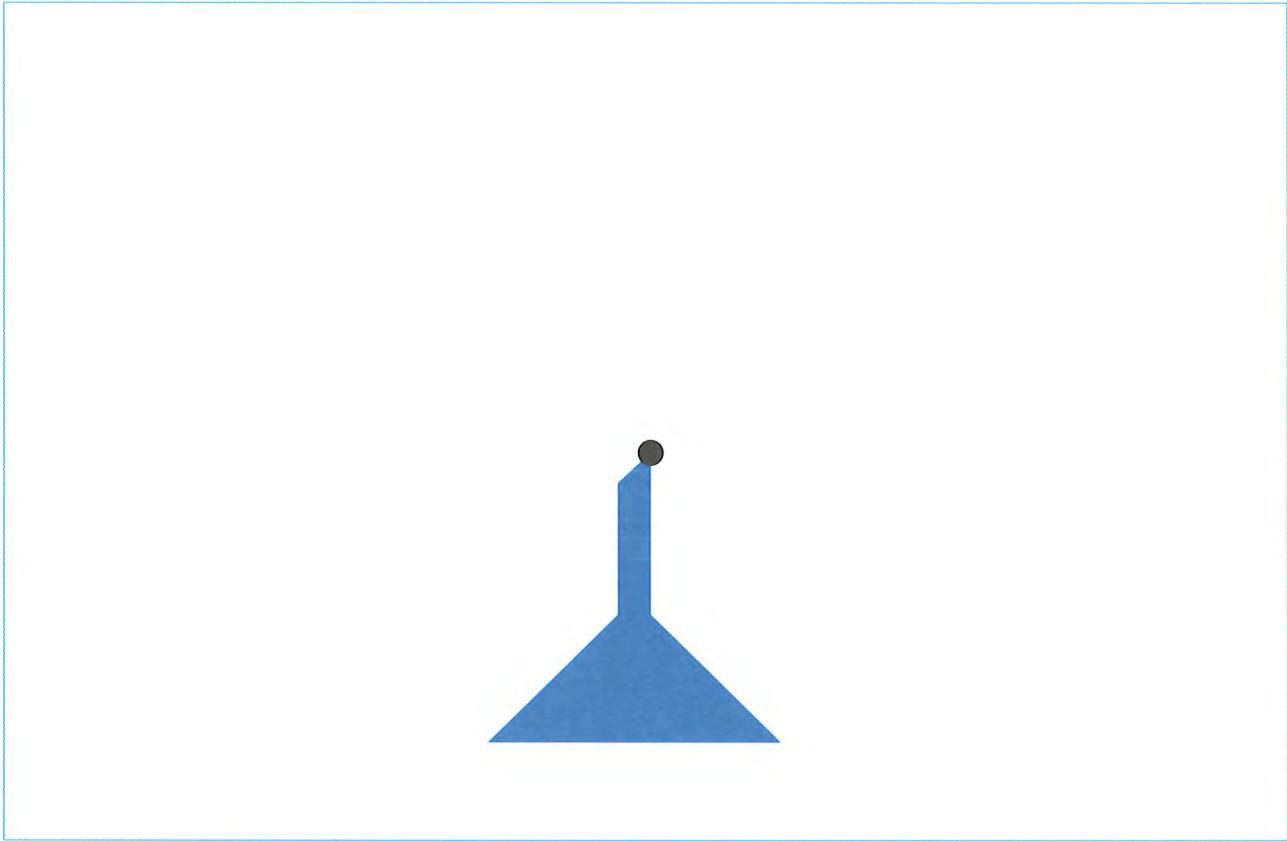
.....

b Schrijf in de tabel de verhouding van de lengte van de lange en de korte zijde van de rechthoeken.

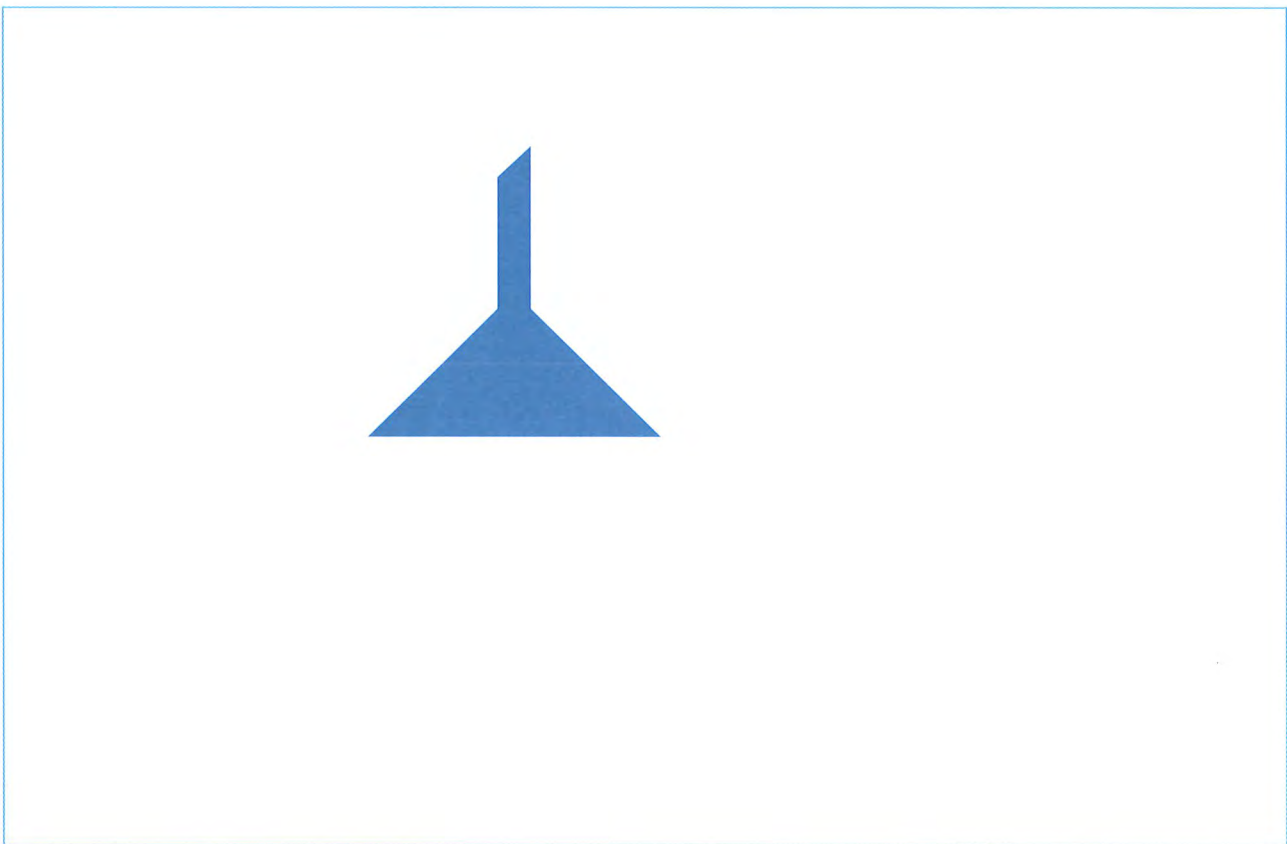
| stap | lange zijde | korte zijde | verhouding  |
|------|-------------|-------------|-------------|
| 1    | 2           | 1           | 2 : 1 (= 2) |
| 2    |             |             |             |
| 3    |             |             |             |
| 4    |             |             |             |

Maak een rotatiesymmetrische tekening van orde 5.  
Volg het stappenplan.

a Het draaipunt is de zwarte stip.

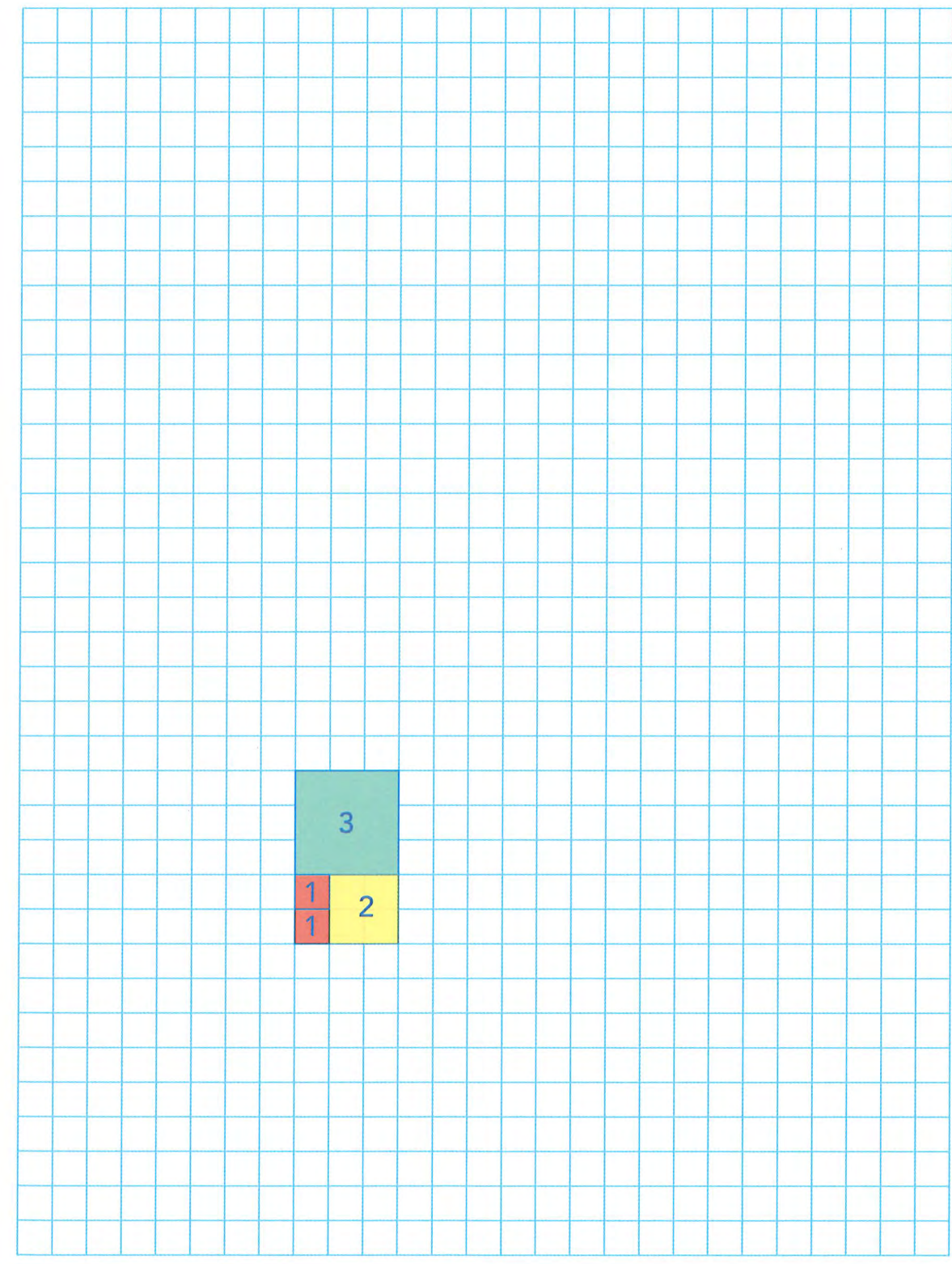


b Kies nu zelf het draaipunt.



11 Teken de fibonacci-schelp.

- a Je ziet 4 vierkanten. Teken er nog 4. Bedenk goed waar ze moeten komen. Kijk naar de stappen in opdracht 10.
- b Teken in elk vierkant een stuk van de cirkel en maak de fibonacci-schelp.



**BLIK TERUG**

Kijk opdracht 6 tot en met 11 na.

De wiskundetaal ziet er ingewikkeld uit, maar is het ook moeilijk? Kun je vertellen wat het gouden getal of de gulden snede is?

**BLIK TERUG**

Kijk opdracht 8 tot en met 12 na. Kun je je juf of meester laten zien hoe jij een rotatie met behulp van de klok tekent? Begrijp je het verband tussen de gradenboog en de klok?



12

Bereken de rotaties in graden.

- a Kleur in de figuur het deel dat zich herhaalt.
  - b Van welke orde is de symmetrie?
  - c Over hoeveel graden moet je de figuur roteren om de figuur weer op zichzelf te laten passen?
- Bereken de rotaties in graden.**
- Dit is een symmetrisch logo.
- a Van welke orde is de symmetrie?
  - b Teken in de figuur hoe je het draaipunt vindt.
  - c Over hoeveel graden moet je de figuur roteren om de figuur weer op zichzelf te laten passen?

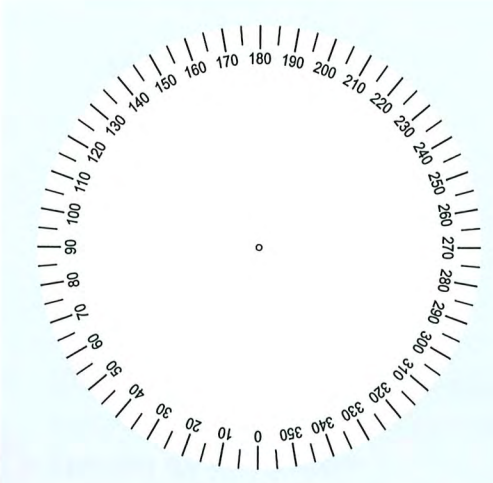
11

Bereken de rotaties in graden.

- a Hoeveel graden komt overeen met 1 minuut op de klok? Leg uit.
- b Een symmetrische figuur is van orde 2. Na een halve draai past de figuur weer op zichzelf. Hoeveel graden is een halve draai?
- c Een symmetrische figuur is van orde 10. Hoeveel graden is de draai waarmee de figuur weer op zichzelf past?

10

Bereken met de gradenboog.



**ZO ZIT HET**

Je kent al meetinstrumenten, zoals de meetlat met maten als mm, cm, dm en meter, en de weegschaal met mg, gram en kg. Ook voor roteren is er een wiskundig meetinstrument: de gradenboog.

De eenheid is graden (°). Een hele rotatie is 360°. Een kwart draai reken je zo uit:  $360^\circ : 4 = 90^\circ$ .

**12 Maak nieuwe rijen met de regel van Fibonacci.**  
Kies net als Giovanni uit opdracht 6 zelf startgetallen. Gebruik de regel van Fibonacci. Zorg dat het derde getal steeds 10 is.

- Zorg dat het eerste getal kleiner is dan het tweede getal.  
\_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – 10 – \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_
- Zorg dat het eerste getal groter is dan het tweede getal.  
\_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – 10 – \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_
- Met welke startgetallen krijg je het grootste vijfde getal?  
\_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – 10 – \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_

**13 Onderzoek wat er gebeurt met het vijfde getal.**  
Gebruik de regel van Fibonacci. Gebruik bij elke vraag een tabel op kladpapier om het antwoord te vinden.

Wat gebeurt er met het vijfde getal als ...

**a** het eerste getal steeds 1 groter wordt in de rij:  
... – 6 – ... – ... – ...

**b** het eerste getal steeds 1 groter wordt in de rij:  
... – 2 – ... – ... – ...

**c** het tweede getal steeds 1 groter wordt in de rij:  
4 – ... – ... – ... – ...

**d** het tweede getal steeds 1 groter wordt in de rij:  
9 – ... – ... – ... – ...

| getal 1 | getal 2 | getal 3 | getal 4 | getal 5 |
|---------|---------|---------|---------|---------|
|         |         |         |         |         |
|         |         |         |         |         |
|         |         |         |         |         |
|         |         |         |         |         |
|         |         |         |         |         |
|         |         |         |         |         |

**14 Maak nieuwe rijen met de regel van Fibonacci.**

**a** Het vijfde getal is 100.

\_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – 100

**b** Maak het tweede getal 2 kleiner. Wat gebeurt er met het eerste getal?

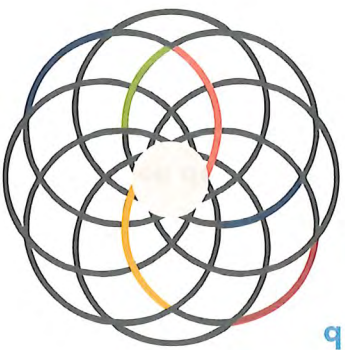
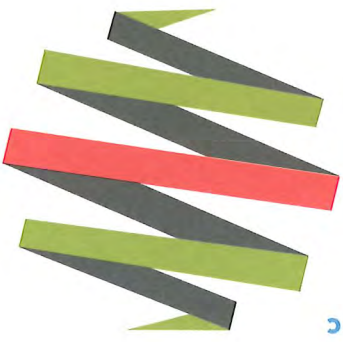
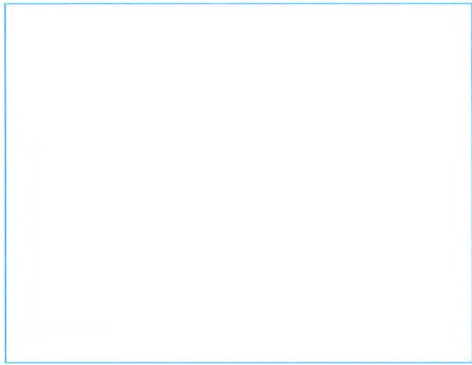
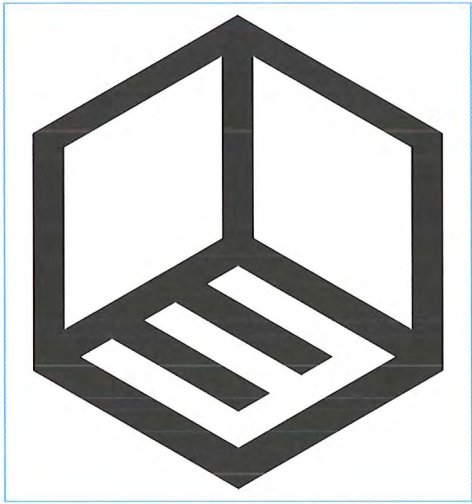
\_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ – 100

**13 Herstel de symmetrie.**  
Ontwerpers vinden symmetrie in een logo belangrijk. Maar om het logo bijzonder te maken, doorbreken ze de symmetrie soms een beetje.

**a** Het logo hiernaast lijkt symmetrisch van orde 2, maar is dat niet. Pas het logo aan zodat het wel symmetrisch van orde 2 is. Gebruik het tekenvak.

**b** Het logo hiernaast lijkt symmetrisch van orde 3, maar is dat niet. Geef met een stip het draaipunt van de rotatie aan.

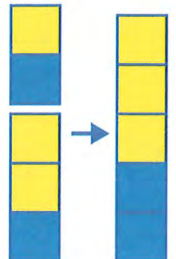
**c** Pas het logo aan zodat het wel symmetrisch van orde 3 is. Het bovenvlak is al gegeven.



# 15 Vind alle rijen waarbij het vijfde getal 100 is.

Er zijn veel oplossingen voor deze fibonacci-rij: ... - ... - ... - ... - 100  
De wiskunde biedt een mooie manier om daarachter te komen.

Hieronder staat de tabel van opdracht 6 met een nieuwe regel in wiskundetaal.  
Kijk goed: het vijfde getal bestaat uit 3 gele en 2 blauwe blokjes.  
In wiskundetaal is dat:  $100 = 2 \times f_1 + 3 \times f_2$ .

|                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |  |
| $f_1$                                                                               | $f_2$                                                                               | $f_3$                                                                               | $f_4$                                                                               | $f_5 = 100$                                                                         |
| $f_1$                                                                               | $f_2$                                                                               | $f_3 = f_1 + f_2$                                                                   | $f_4 = f_2 + f_3$                                                                   | $100 = f_3 + f_4$ of $100 = 2 \times f_1 + 3 \times f_2$                            |

Gebruik de formule:  $100 = 2 \times f_1 + 3 \times f_2$ .  
Vind 10 oplossingen voor de fibonacci-rij: ... - ... - ... - ... - 100.  
Doe het zo:

Begin met  $f_1 = 1$ . Dan is  $2 \times f_1 = 2$ . Dus  $100 = 2 + \dots$   
Dan is  $3 \times f_2 = 98$ . Dat lukt niet, want je kunt 98 niet delen door 3 zonder rest.

Probeer  $f_1 = 2$ . Dan is  $2 \times f_1 = 4$ . Dus  $100 = 4 + \dots$   
Dan is  $3 \times f_2 = 96$ . Dat lukt wel. Het tweede getal is  $96 : 3 = 32$ .  
De fibonacci-rij is dan: 2 - 32 - 34 - 66 - 100.

Vind nog 10 oplossingen voor de rij met als vijfde getal 100.  
Ga door met  $f_1 = 3, 4, 5, 6, 7$ , enzovoort.  
Zie je een patroon? Dan hoeft je niet veel meer te rekenen.

|                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| _____ - _____ - _____ - _____ - 100 | _____ - _____ - _____ - _____ - 100 |
| _____ - _____ - _____ - _____ - 100 | _____ - _____ - _____ - _____ - 100 |
| _____ - _____ - _____ - _____ - 100 | _____ - _____ - _____ - _____ - 100 |
| _____ - _____ - _____ - _____ - 100 | _____ - _____ - _____ - _____ - 100 |
| _____ - _____ - _____ - _____ - 100 | _____ - _____ - _____ - _____ - 100 |

## BLIK TERUG

Kijk XL-opdrachten 12 tot en met 15 na.  
Heb je in opdracht 15 het patroon ontdekt?  
Vertel het je juf of meester. Stel je vragen tijdens de instructie.



Kijk naar de voorbeelden. Bedenk en teken daarna zelf logo's met dezelfde kenmerken. Kies een vorm, bijvoorbeeld een letter, een pijl, een ...

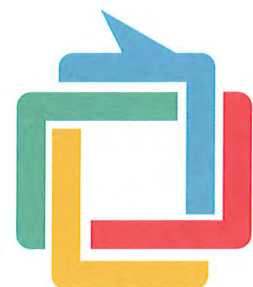
- a** De symmetrie wordt doorbroken door 1 deel te verschuiven.
- Het logo heeft symmetrie van orde 4.
  - Door een kleine verschuiving is het logo niet symmetrisch.



- b** De symmetrie wordt doorbroken door kleurgebruik.
- Het logo heeft symmetrie van orde 5.
  - Door aanpassing in kleur is het logo niet symmetrisch.

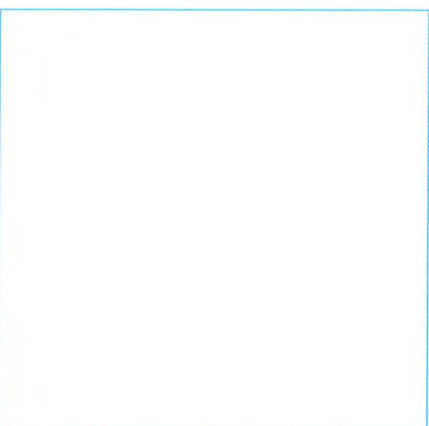
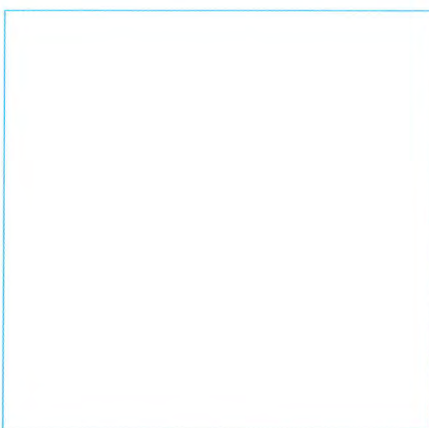


- c** De symmetrie wordt doorbroken door verandering van 1 vorm en de kleur.
- Het logo heeft symmetrie van orde 4.
  - Door aanpassing in vorm en kleur is het logo niet symmetrisch.



Kijk opdracht 13 tot en met 15 na. In opdracht 15 komt veel samen van wat je hebt geleerd. Bij het ontwerpen gebruik je de klok en een vorm, en doorbreken je ook nog eens de symmetrie op een subtiel manier. Als je dat onder de knie hebt, ben je klaar voor de eindopdracht.

## BLIK TERUG



**MAAK EEN ONDERZOEKSVERSLAG**

Onderzoek de rij van Fibonacci in de natuur.

Doe je onderzoek:

- Kies een van de beweringen hieronder of verzin er zelf een.
- Controleer of de bewering klopt.  
Als het antwoord nee is, vraag je dan af wat er aan de hand is.
- Verzin een oplossing, een nieuwe bewering, bijvoorbeeld: het zijn getallen van een andere rij, misschien een dubbele rij van Fibonacci.
- Controleer of de bewering dan wél klopt.

Beweringen:

- Het aantal bloemblaadjes van een bloem is een fibonacci-getal.
- Het aantal partjes in een citrusvrucht is een fibonacci-getal.
- De spiralen in dennenappels of op een ananas linksom en rechtsom zijn altijd 2 opeenvolgende getallen in de rij van Fibonacci.

Maak een verslag:

- Maak op de computer een verslag van maximaal 2 bladzijden.  
Gebruik plaatjes of foto's.
- Vertel welke bewering je hebt onderzocht. Leg uit hoe je dat hebt gedaan. Was je snel klaar, of moest je verder onderzoeken?
- Schrijf op wat je conclusie is.

Heb je een ander idee voor de eindopdracht? Bespreek het met je juf of meester.

**DE EISEN**

- Er is een verslag met plaatjes of foto's.
- In het verslag staat wat is onderzocht en hoe dat is gegaan.
- In het verslag staat een conclusie.
- Er is op spelling, hoofdletters en punten gelet.
- De eindopdracht is klaar binnen 2 lesuren.

**BLIK TERUG**

Je hebt kennism gemaakt met de rij van Fibonacci, het gouden getal phi en de gulden snede. In de wiskunde zijn dit bijzondere onderwerpen. Wat weet je nu allemaal over deze rij te vertellen? Welke wiskunde ben je tegengekomen en wat sprak je hierin aan?

**DE REKENRUPSEN**

In het vervolgproject ga je aan de slag met andere getallenrijen: de rekenrupsen.



In het vervolgproject Gespiegeld ontdek je meer over logo's en andere vormen van symmetrie.

**GESPIEGELD****BLIK TERUG**

De wiskunde in de wereld van logo's gaat vooral over symmetrie en rotatie. Je hebt geleerd hoe je een rotatie op verschillende manieren kunt verdelen. Wat kun jij nu allemaal over deze verdeling vertellen? Welke samenhang is er tussen de verschillende manieren?

**DE EISEN**

- Er is een goed uitgewerkt logo van ongeveer 10 bij 10 cm.
  - De symmetrie in het logo is doorbroken.
  - Er is een verslag waarin staat hoe het logo is gemaakt.
  - In het verslag staan nieuwe woorden uit dit project, zoals 'rotatie'.
  - De eindopdracht is klaar binnen 2 lesuren.
- Het verslag**
- Maak een verslag waarin je laat zien hoe je het logo hebt ontworpen.
  - Beschrijf voor wie of wat het logo is en welke begrippen daarbij horen.
  - Vertel welke vorm en kleuren je hebt gekozen en waarom.
  - Leg uit welk draaipunt en welke orde van symmetrie je hebt gebruikt.
  - Vertel hoe je de symmetrie hebt doorbroken.
  - Plak zo mogelijk foto's of schetsen in je verslag.
  - Gebruik de nieuwe woorden uit dit project, zoals 'rotatie'.

**Het logo**

- Ontwerp een logo voor een bedrijf, een goed doel, je school of sportclub.
- Of misschien wel voor jezelf.
- Bedenk begrippen die passen bij degene voor wie het logo is.
- Kijk eventueel terug naar bladzijde 2.
- Kies 1 vorm die bij de begrippen past.
- Kies kleuren die bij de begrippen passen.
- Kies een draaipunt voor rotatie en een orde van draaisymmetrie.
- Maak je ontwerp bijzonder door de symmetrie te doorbreken.

**ONTWERP EEN LOGO EN DOE VERSLAG**

## DIË VINDT DE JUF OF MEESTER!

### Van het project:

|                                  |                       |                       |                       |                       |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Je inzet was:                    | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Je vroeg hulp als het nodig was: | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Je had plezier in het leren:     | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| En ik vind:                      |                       |                       |                       |                       |

**DIT VIND IK!**

## Van het project:

|                                             |                                                                                                                                                               |                       |                       |                       |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Het project was op mijn niveau:             | <input type="radio"/>                                                                                                                                         | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Ik heb doorgezet, ook als het moeilijk was: | <input type="radio"/>                                                                                                                                         | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Ik wil meer leren over dit onderwerp:       | <input type="radio"/>                                                                                                                                         | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| En ik vind:                                 | <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div> <div style="border-bottom: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div> |                       |                       |                       |

## Beoordeel de eindopdracht.

**Dit zijn de eisen:**

|         |                                                              |         |
|---------|--------------------------------------------------------------|---------|
| ○ ○ ○ ○ | Er is een verslag met plaatjes of foto's.                    | ○ ○ ○ ○ |
| ○ ○ ○ ○ | In het verslag staat wat is onderzocht en hoe dat is gegaan. | ○ ○ ○ ○ |
| ○ ○ ○ ○ | In het verslag staat een conclusie.                          | ○ ○ ○ ○ |
| ○ ○ ○ ○ | Er is op spelling, hoofdletters en punten gelet.             | ○ ○ ○ ○ |
| ○ ○ ○ ○ | De eindopdracht was klaar binnen 2 lesuren.                  | ○ ○ ○ ○ |

**Dit zou ik de volgende keer anders doen:**

---

---

---

---

---

Dit kun je de volgende keer anders doen:

[illegible]

**Dit spreken we af:**

[illegible]

Mijn handtekening:

Handtekening juf of meester:

DIT VIND IK!

## Van het project:

Van het project: -- +- -+ ++

En ik vind:

|                                             |   |   |   |   |
|---------------------------------------------|---|---|---|---|
| Het project was op mijn niveau:             | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Ik heb doorgezet, ook als het moeilijk was: | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Ik wil meer leren over dit onderwerp:       | ○ | ○ | ○ | ○ |

En ik vind:

|                                  |         |
|----------------------------------|---------|
| Je had plezier in het leren:     | ○ ○ ○ ○ |
| Je vroeg hulp als het nodig was: | ○ ○ ○ ○ |
| Je inzet was:                    | ○ ○ ○ ○ |

## Van het project:

**Van het project:** -- +- -+ ++

your handwriting:

Handtekening juf of meester:

Dit spreken we af:

Dit spreken we af:

Dit zou ik de volgende keer anders doen:

Dit zou ik de volgende keer anders doen:

Dit kun je de volgende keer anders doen:

Dit kun je de volgende keer anders doen:

Beoordeel de eindopdracht.  
Dit zijn de eisen:

Dit zijn de eisen:

**Dit zijn de eisen:**

**DIT VINDT DE JUF OF MEESTER!**

## Van het project:

**Van het project:** -- +- -+ ++

